Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, запишите ответ в виде равной ей десятичной дроби.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Составитель: Школа Пифагора

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\text{ где } D=b^2-4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет два корня x_1 и x_2, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2);$$

если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет единственный корень x_0, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y=ax^2+bx+c$:

$$x_0=-\frac{b}{2a}.$$

- Формула n-го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d:

$$a_n=a_1+d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}.$$

- Формула n-го члена геометрической прогрессии b_n, первый член которой равен b_1, а знаменатель равен q:

$$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n=\frac{\left(q^n-1\right)b_1}{q-1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2;$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \text{ при } a\ge 0,\ b\ge 0;$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a\ge 0,\ b>0.$$

- Свойства степени при $a>0,\ b>0$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n};$$
$$a^n\cdot a^m=a^{n+m};$$
$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m};$$
$$\left(a^n\right)^m=a^{nm};$$
$$(ab)^n=a^n\cdot b^n;$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

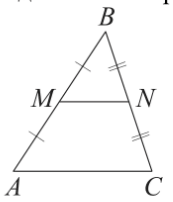
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Десятки	**1**	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

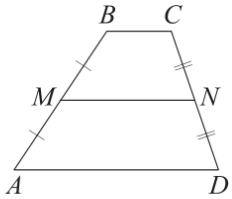
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

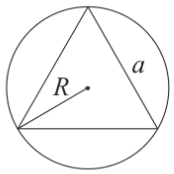


MN — ср. лин.
$MN \parallel AC$
$MN=\frac{AC}{2}$

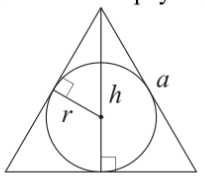


$BC \parallel AD$
MN — ср. лин.
$MN \parallel AD$
$MN=\frac{BC+AD}{2}$

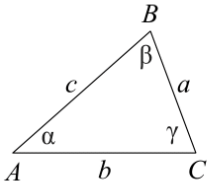
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$
$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}$
$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$



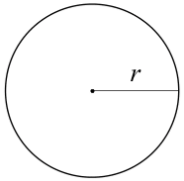
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.$$

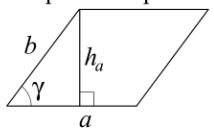


Длина окружности $C=2\pi r$

Площадь круга $S=\pi r^2$

Площади фигур

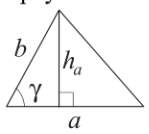
Параллелограмм



$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

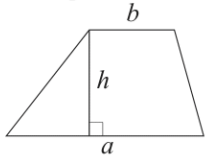
Треугольник



$S = \frac{1}{2}ah_a$

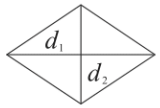
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2}\cdot h$

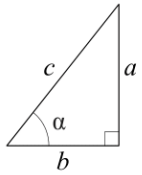
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

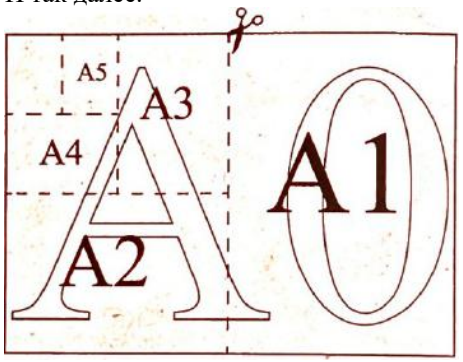
Составитель: Школа Пифагора

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.



Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

1 В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы A1, A2, A3 и A4.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	841	594
2	420	297
3	594	420
4	297	210

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр, соответствующих номерам листов, без пробелов, запятых и дополнительных символов.

A1	A2	A3	A4

2 Сколько листов формата A3 получится из одного листа формата A0?

Ответ: _____.

3 Найдите площадь листа формата A3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

4 Найдите длину листа бумаги формата A0. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

Ответ: _____.

5 Бумагу формата A3 упаковали в пачки по 200 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площади 1 кв. м равна 80 г. Ответ дайте в граммах.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$\frac{1}{5}-\frac{3}{4}$.

Ответ: _____.

7 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

1) $[0{,}1;\,0{,}2]$
2) $[0{,}2;\,0{,}3]$
3) $[0{,}3;\,0{,}4]$
4) $[0{,}4;\,0{,}5]$

Ответ: ☐

8 Найдите значение выражения

$x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$

при $x = 0{,}1$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$x^2 - 18 = 7x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

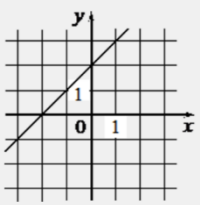
10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

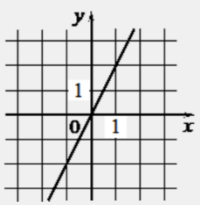
11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

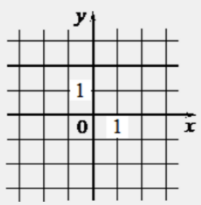
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x$

2) $y = x + 2$

3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100n$, где n – число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$x^2 - 49 < 0$.

1) нет решений
2) $(-\infty; +\infty)$
3) $(-7; 7)$
4) $(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$

Ответ:

14 При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на 4,3 °C в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла +9,8 °C.

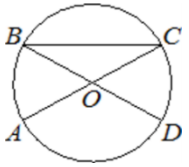
Ответ: _____.

15 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 50°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



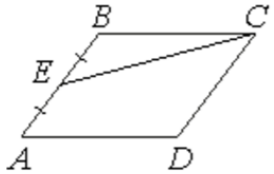
Ответ: _____.

16 В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD – диаметры. Угол AOD равен 124°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



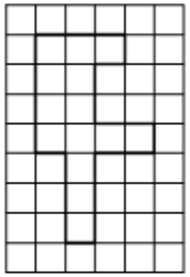
Ответ: _____.

17 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

19 Какие из следующих утверждений верны?

1) Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.
2) Все углы ромба равны.
3) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0.$

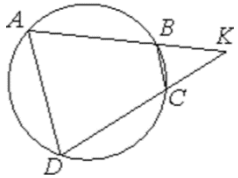
21 Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при} \quad x < 3, \\ -1{,}5x + 4{,}5 & \text{при} \quad 3 \le x \le 4, \\ 1{,}5x - 7{,}5 & \text{при} \quad x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K, $BK = 8$, $DK = 12$, $BC = 6$. Найдите AD.



24 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

25 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Составитель варианта — Евгений Пифагор	
Результаты:	Результаты моих учеников: • 53 человека набрали 100 баллов • 789 человек набрали 90+ баллов Личные результаты: • Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль • Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014 • Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011 • 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
ВК:	https://vk.ru/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	1324		
2	8		
3	1247,4; 1250		
4	1190		
5	2000		
6	-0,55	✍	▶
7	2	✍	▶
8	0,02	✍	
9	9	✍	▶
10	0,2	✍	▶
11	213	✍	▶
12	26500	✍	▶
13	3	✍	▶
14	-16		
15	155	✍	▶
16	28	✍	▶
17	33	✍	▶
18	14	✍	▶
19	13	✍	▶
20	-5	✍	▶
21	14	✍	▶
22	-1,5; 0	✍	▶
23	9	✍	▶
24	■	✍	▶
25	1,8	✍	▶

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $(x^2-25)^2+(x^2+3x-10)^2=0$.

C7A037

неотр + неотр

$\begin{cases} x^2-25=0 \\ x^2+3x-10=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\pm 5 \\ \left[\begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=-5 \end{array}\right. \end{cases}$

Обе скобки обр. в 0 только если $x=-5$

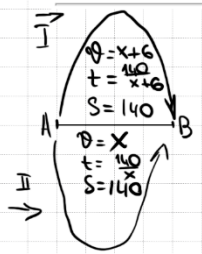
Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: -5

21

Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

70D39F



$t_{медл} - t_{быстр} = 3$

$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} = 3$

$\frac{140x+840-140x}{x^2+6x} = \frac{3}{1} \quad | :3$

$280 = x^2+6x$

$x^2+6x-280=0$

$D = 36+1120 = 1156 = 34^2$

$x = \frac{-6\pm 34}{2}$

$x=14$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 14

22

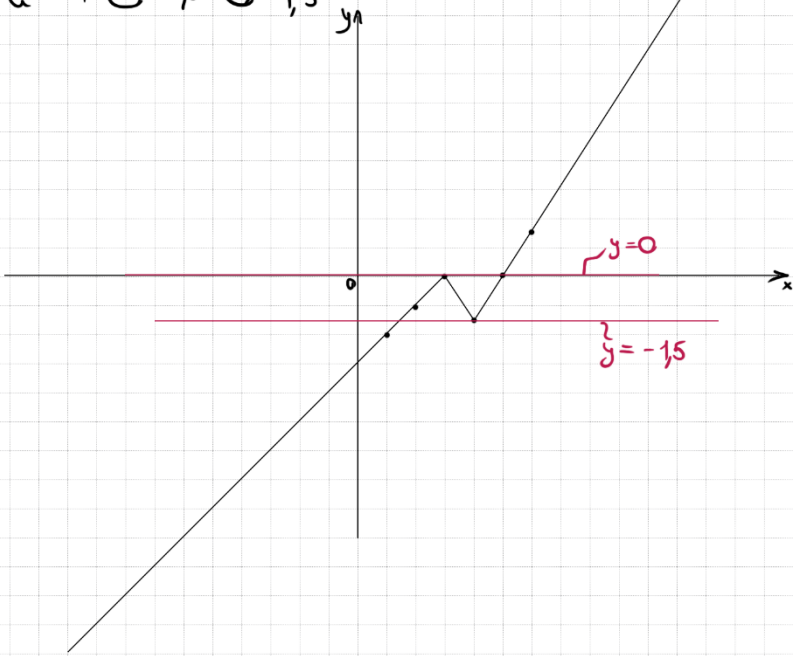
Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x-3 & \text{при } x<3, \\ -1{,}5x+4{,}5 & \text{при } 3\le x\le 4, \\ 1{,}5x-7{,}5 & \text{при } x>4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

7493BA

x	1	2	3	4	5	6
y	-2	-1	0	-1,5	0	1,5



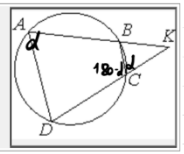
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: $-1{,}5$; 0

Составитель: Школа Пифагора

23

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K, $BK = 8$, $DK = 12$, $BC = 6$. Найдите AD.



048C03

① Пусть $\angle A = \alpha$

Тогда $\angle BCD = 180 - \alpha$

② $\angle BCK = 180 - (180-\alpha) = \alpha$ (смежные)

③ $\triangle BKC \sim \triangle ADK$ по 2 углам (α и $\angle K$)

$\frac{BK}{DK} = \frac{BC}{AD} = \frac{CK}{AK}$

$\frac{8}{12} = \frac{6}{AD}$

$AD = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9$

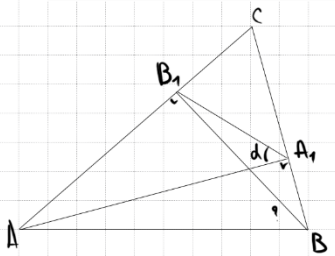
Ответ: 9

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

6B3568



ABA_1B_1 можно вписать в окр-ть, т.к. $\angle AB_1B = \angle AA_1B$ по признаку тет...

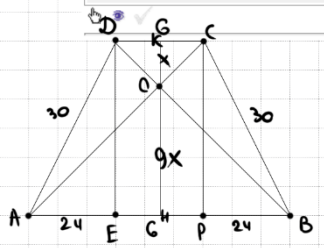
$\Rightarrow \angle AA_1B_1 = \angle ABB_1$ как вписанные и опир. на AB_1 ■

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

22C756



① $S = \frac{AB+CD}{2} \cdot h$

$AB + CD = AD + BC$ (60, 60, 120)

$540 = \frac{120}{2} \cdot h$

$h = 18$

② $\triangle PBC$: $PB = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$

③ $AB + CD = 60$

$24 \cdot 2 + 2CD = 60$

$CD = 6$

④ $\triangle COD \sim \triangle AOB$ по 2 углам

$\frac{CD}{AB} = \frac{OK}{OH}$

$\frac{6}{54} = \frac{OK}{OH}$

$\frac{OK}{OH} = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow OK = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1{,}8$

Ответ: 1,8

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Составитель: Школа Пифагора