Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, запишите ответ в виде равной ей десятичной дроби.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Составитель: Школа Пифагора

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D=b^2-4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет два корня x_1 и x_2, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2);$$

если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет единственный корень x_0, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y=ax^2+bx+c$:

$$x_0=-\frac{b}{2a}.$$

- Формула n-го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d:

$$a_n=a_1+d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}.$$

- Формула n-го члена геометрической прогрессии b_n, первый член которой равен b_1, а знаменатель равен q:

$$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n=\frac{\left(q^n-1\right)b_1}{q-1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2;$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \text{ при } a\geq 0,\ b\geq 0;$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a\geq 0,\ b>0.$$

- Свойства степени при $a>0,\ b>0$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n};$$
$$a^n\cdot a^m=a^{n+m};$$
$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m};$$
$$\left(a^n\right)^m=a^{nm};$$
$$(ab)^n=a^n\cdot b^n;$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

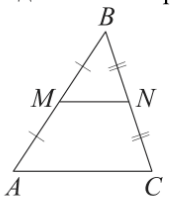
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Десятки	**1**	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

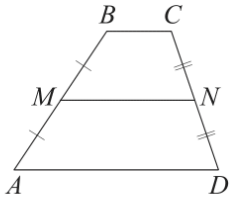
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

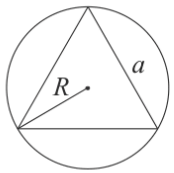


MN — ср. лин.
$MN \parallel AC$
$MN=\frac{AC}{2}$

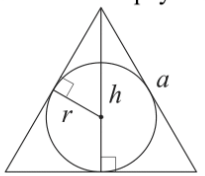


$BC \parallel AD$
MN — ср. лин.
$MN \parallel AD$
$MN=\frac{BC+AD}{2}$

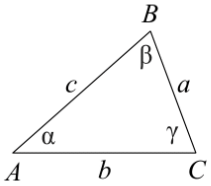
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$
$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}$
$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$



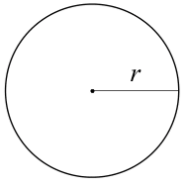
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.$$

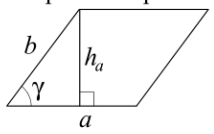


Длина окружности $C=2\pi r$

Площадь круга $S=\pi r^2$

Площади фигур

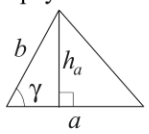
Параллелограмм



$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

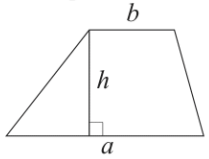
Треугольник



$S = \frac{1}{2}ah_a$

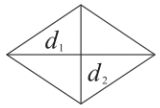
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2}\cdot h$

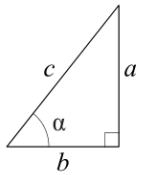
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Составитель: Школа Пифагора

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 2,8 м, ширина 2,5 м, высота 2,2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	9–14	40	17 500
2	дровяная	11–16,5	48	19 000
3	электрическая	10–16	15	13 500

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 5800 руб.

1 Установите соответствие между объёмами помещения и номерами печей, для которых данный объём является наименьшим для отопления помещений. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объём (куб. м)	9	10	11
Номер печи			

Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №5

2 Найдите объём парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ: _____.

3 Во сколько рублей обойдётся покупка электрической печи с установкой и доставкой, если доставка печи до дачного участка будет стоить 1800 рублей?

Ответ: _____.

4 На дровяную печь, масса которой 40 кг, сделали скидку 10%. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

5 Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2.

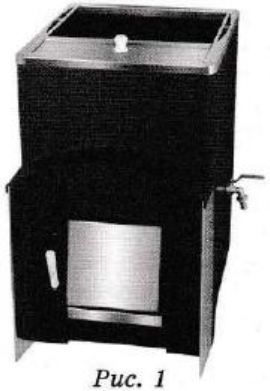


Рис. 1

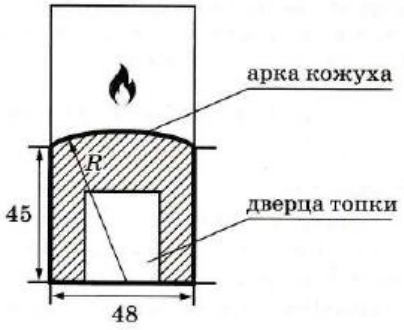


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R. Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{1{,}5}{1+\frac{1}{5}}.$$

Ответ: _____.

7 Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[7; 8]$?

1) $\frac{69}{11}$
2) $\frac{80}{11}$
3) $\frac{90}{11}$
4) $\frac{92}{11}$

Ответ: ☐

8 Найдите значение выражения

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}}$$

при $n = 81$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$x^2 - 6x = 16$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10 В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

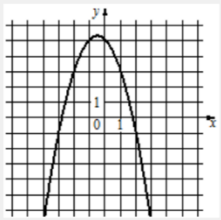
ФУНКЦИИ

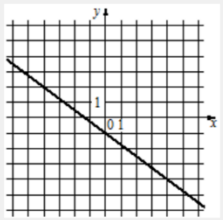
А) $y = -x^2 - x + 5$

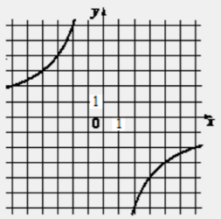
Б) $y = -\frac{3}{4}x - 1$

В) $y = -\frac{12}{x}$

ГРАФИКИ

1) 

2) 

3) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$5x + 4 \le x + 6.$

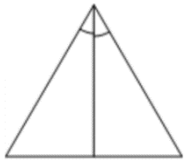
1) $(-\infty; 0{,}5]$
2) $(-\infty; 2{,}5]$
3) $[0{,}5; +\infty)$
4) $[2{,}5; +\infty)$

Ответ: ☐

14 Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления их стало 1280?

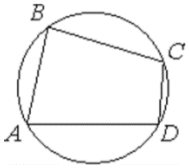
Ответ: _____.

15 Биссектриса равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



Ответ: _____.

16 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82°. Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



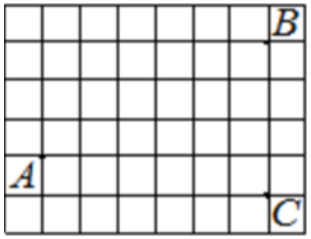
Ответ: _____.

17 Два катета прямоугольного треугольника равны 6 и 7. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC.



Ответ: _____.

19 Какое из следующих утверждений верно?

1) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
2) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
3) Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$x^4 = (x - 20)^2$.

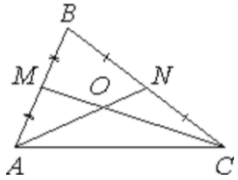
21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

22 Постройте график функции

$y = |x^2 - x - 2|$.

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN = 12$, $CM = 18$. Найдите AO.



24 Точка E – середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

25 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Составитель варианта — Евгений Пифагор	
Результаты:	Результаты моих учеников: • 53 человека набрали 100 баллов • 789 человек набрали 90+ баллов Личные результаты: • Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль • Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014 • Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011 • 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
ВК:	https://vk.ru/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	132		
2	15,4		
3	21100		
4	15750		
5	51		
6	1,25	✍	▶
7	2	✍	▶
8	9	✍	
9	-2	✍	▶
10	0,4	✍	▶
11	123	✍	▶
12	260	✍	▶
13	1	✍	▶
14	20		
15	24	✍	▶
16	98	✍	▶
17	21	✍	▶
18	6	✍	▶
19	2	✍	▶
20	-5; 4	✍	▶
21	60	✍	▶
22	4	✍	▶
23	8	✍	▶
24	■	✍	▶
25	26	✍	▶

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^4 = (x-20)^2$.

Разность квадратов
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x^2)^2 - (x-20)^2 = 0$

$(x^2 - (x-20)) \cdot (x^2 + (x-20)) = 0$

$x^2 - x + 20 = 0$ или $x^2 + x - 20 = 0$

$D = -79$ — корней нет

$D = 81$

$x = \frac{-1 \pm 9}{2}$

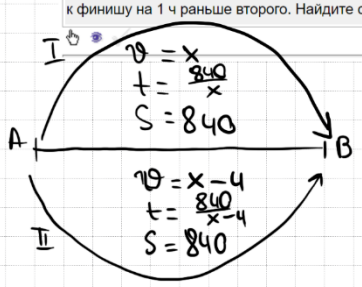
$x = 4$ $x = -5$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: −5; 4

21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

$100^2 = 10000$
$110^2 = 12100$
$120^2 = 14400$



$t_{медл.} - t_{быстр.} = 1$

$\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$

$\frac{840x - 840x + 840 \cdot 4}{x^2 - 4x} = 1$

$x^2 - 4x - 3360 = 0$

$D = 16 + 13440 = 13456$

$x = \frac{4 \pm 116}{2}$

$x = 60$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 60

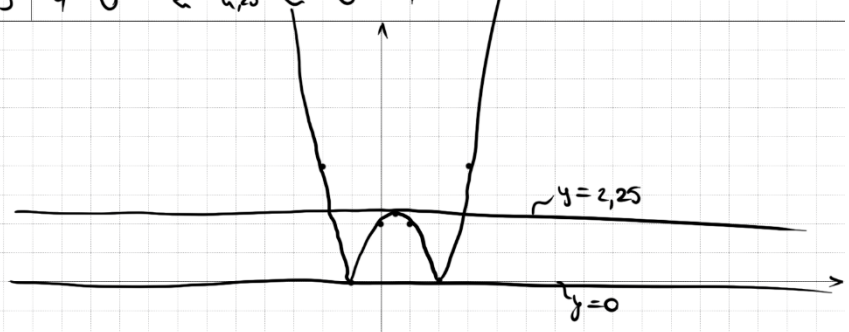
22 Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$.

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

D28F33

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{+1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$

x	−2	−1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	4	0	2	2,25	2	0	4



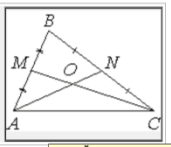
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 4 при $y \in (0; 2{,}25)$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №5

23

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN = 12$, $CM = 18$. Найдите AO.



СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

AN - медиана, CM - медиана

$\Rightarrow \frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot AN = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$

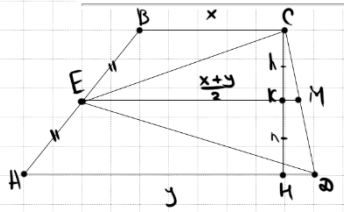
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 8

24

Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

955204



① $S_{ECD} = S_{ECM} + S_{EDM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x+y}{2} \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \frac{x+y}{2} \cdot h$

$= \frac{1}{4} \cdot (x+y) \cdot h + \frac{1}{4}(x+y)h$

$= \frac{1}{2} \cdot (x+y)h$

② $S_{трапеции} = \frac{x+y}{2} \cdot 2h = (x+y) \cdot h$

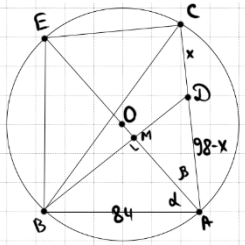
$\Rightarrow S_{ECD} = \frac{1}{2} S_{трап}$ ■

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D.
Найдите CD.

CBF1A6



① $\angle ACE = 90°$, $\angle ABE = 90°$ (опираются на диаметр)

② $\triangle ABM \sim \triangle ABE$ по 2 углам

$\frac{84}{AE} = \frac{AM}{84} \Rightarrow AE \cdot AM = 84^2$

③ $\triangle ADM \sim \triangle ACE$ по 2 углам

$\frac{98-x}{AE} = \frac{AM}{98} \Rightarrow AE \cdot AM = 98 \cdot (98-x)$

④ $84 \cdot 84 = 98 \cdot (98-x)$ | :14

$72 = 98 - x$

$x = 26$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 26

Составитель: Школа Пифагора