Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, запишите ответ в виде равной ей десятичной дроби.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Составитель: Школа Пифагора

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\text{ где } D=b^2-4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет два корня x_1 и x_2, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2);$$

если квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет единственный корень x_0, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y=ax^2+bx+c$:

$$x_0=-\frac{b}{2a}.$$

- Формула n-го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d:

$$a_n=a_1+d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}.$$

- Формула n-го члена геометрической прогрессии b_n, первый член которой равен b_1, а знаменатель равен q:

$$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n=\frac{\left(q^n-1\right)b_1}{q-1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2;$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \text{ при } a\geq 0,\ b\geq 0;$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a\geq 0,\ b>0.$$

- Свойства степени при $a>0,\ b>0$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n};$$
$$a^n\cdot a^m=a^{n+m};$$
$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m};$$
$$\left(a^n\right)^m=a^{nm};$$
$$(ab)^n=a^n\cdot b^n;$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

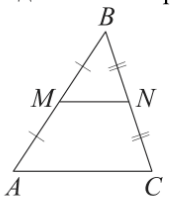
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Десятки	**1**	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

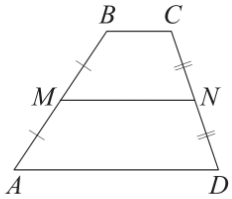
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

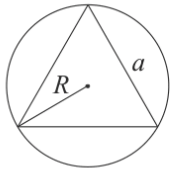


MN — ср. лин.
$MN \parallel AC$
$MN=\frac{AC}{2}$

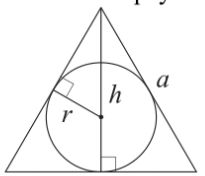


$BC \parallel AD$
MN — ср. лин.
$MN \parallel AD$
$MN=\frac{BC+AD}{2}$

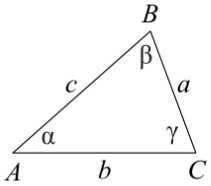
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$
$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}$
$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$



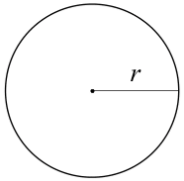
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.$$

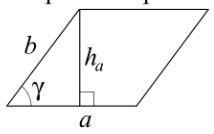


Длина окружности $C=2\pi r$

Площадь круга $S=\pi r^2$

Площади фигур

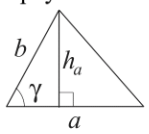
Параллелограмм



$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

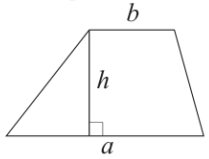
Треугольник



$S = \frac{1}{2}ah_a$

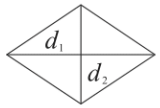
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2}\cdot h$

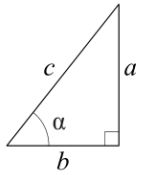
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

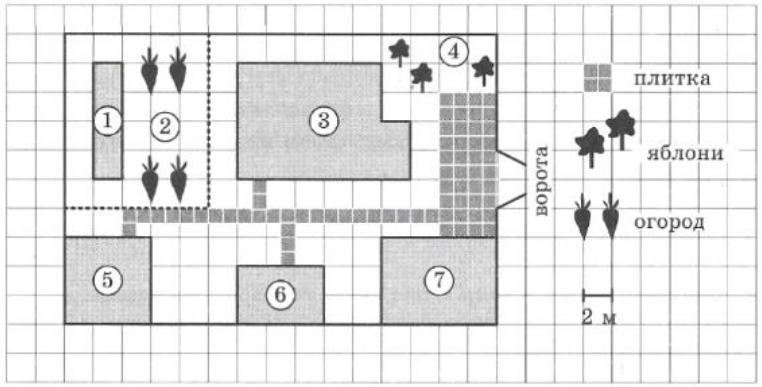
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Составитель: Школа Пифагора

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Крапивка, ул. Южная, д. 15 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж, а за ним сарай, отмеченный на плане цифрой 6. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м.

Если войти на территорию участка через ворота, жилой дом окажется по правую руку. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется баня, к которой ведёт вымощенная плиткой дорожка, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между гаражом и яблонями имеется площадка площадью 40 кв. м, вымощенная плиткой такого же размера, но другой фактуры и цвета.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	жилой дом	баня	гараж	теплица
Цифры				

2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

3 Найдите площадь дома. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

4 Найдите расстояние от сарая до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

5 Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Средний расход газа/средняя потребляемая мощность	Стоимость газа/электроэнергии
Газовое отопление	21 000 руб.	15 536 руб.	1,5 куб. м/ч	4,8 руб./куб.м
Электр. отопление	18 000 руб.	14 000 руб.	4,8 кВт	4,2 руб./(кВтч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$\frac{4{,}4 \cdot 0{,}6}{6{,}6}$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам 0,1032; -0,031; -0,01; -0,104.



Какой точке соответствует число -0,031?

1) A
2) B
3) C
4) D

Ответ: ☐

8 Найдите значение выражения

$(17a^{12} \cdot b^3 - (5a^4b)^3) : (4a^{12}b^3)$

при $b = 5$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$x^2 - 6x = 16$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

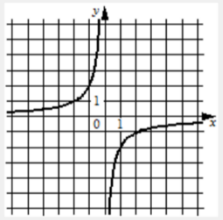
10 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

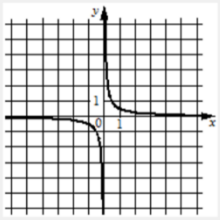
Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{2}{x}$ 2) $y = \frac{1}{2x}$ 3) $y = -\frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\text{м}/\text{с}^2$) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 8,5 с^{-1}, а центростремительное ускорение равно 505,75 $\text{м}/\text{с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -48 + 6x > 0, \\ 6 - 5x > -4. \end{cases}$$

1) $(2; 8)$
2) $(-\infty; 2)$
3) нет решений
4) $(8; +\infty)$

Ответ:

14 Курс воздушных ванн начинают с 10 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 5 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа 5 минут?

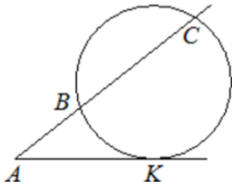
Ответ: _____.

15 Один из углов равнобедренной трапеции равен 99°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



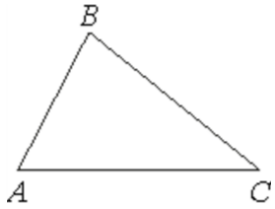
Ответ: _____.

16 Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём $AB = 2$, $BC = 6$. Найдите AK.



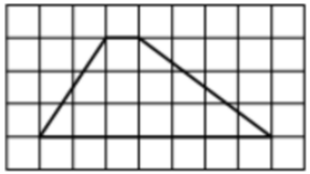
Ответ: _____.

17 В треугольнике ABC известно, что $AB = 6$, $BC = 10$, $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

19 Какие из следующих утверждений верны?

1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
2) Боковые стороны любой трапеции равны.
3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}-3=0.$$

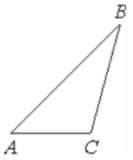
21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км – со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

22 Постройте график функции

$y = |x|(x+1) - 6x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 В треугольнике ABC угол A равен 45°, угол B равен 30°, $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC.



24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

25 Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Составитель варианта — Евгений Пифагор	
Результаты:	Результаты моих учеников: • 53 человека набрали 100 баллов • 789 человек набрали 90+ баллов Личные результаты: • Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль • Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014 • Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011 • 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
ВК:	https://vk.ru/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	3571	✍	▶
2	17	✍	▶
3	88	✍	▶
4	10	✍	▶
5	350	✍	▶
6	0,4	✍	▶
7	2	✍	▶
8	-27	✍	
9	-2	✍	▶
10	0,98	✍	▶
11	132	✍	▶
12	7	✍	▶
13	3	✍	▶
14	12		
15	81	✍	▶
16	4	✍	▶
17	10	✍	▶
18	4	✍	▶
19	13	✍	▶
20	$\frac{2}{3}$; 2	✍	▶
21	75	✍	▶
22	-6,25; 12,25	✍	▶
23	6	✍	▶
24	■	✍	▶
25	1 и 21	✍	▶

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}-3=0$.

29978C

$\left(\frac{1}{(x-1)}\right)^2 + 2\cdot\frac{1}{x-1} - 3 = 0$

Пусть $\frac{1}{x-1} = t$

$t^2 + 2t - 3 = 0$

$D = 2^2 - 4\cdot 1\cdot(-3) = 16$

$t = \frac{-2\pm 4}{2}$

$t = 1$ $\quad$ $t = -3$

$\frac{1}{x-1} = 1$ $\quad$ $\frac{1}{x-1} = -3$

$x - 1 = 1$ $\quad$ $(x-1)(-3) = 1$

$x = 2$ $\quad$ $-3x + 3 = 1$

$2 = 3x$

$x = \frac{2}{3}$

Ответ: $2;\ \frac{2}{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

6F8CA8

$v = 60$, $t = 5$ ч, $S = 300$

$v = 100$, $t = 3$ ч, $S = 300$

$v = 75$, $t = 4$ ч, $S = 300$

$v_{ср} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{900}{12} = 75$

Ответ: 75 км/ч

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

22 Постройте график функции $y = |x|(x+1) - 6x$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

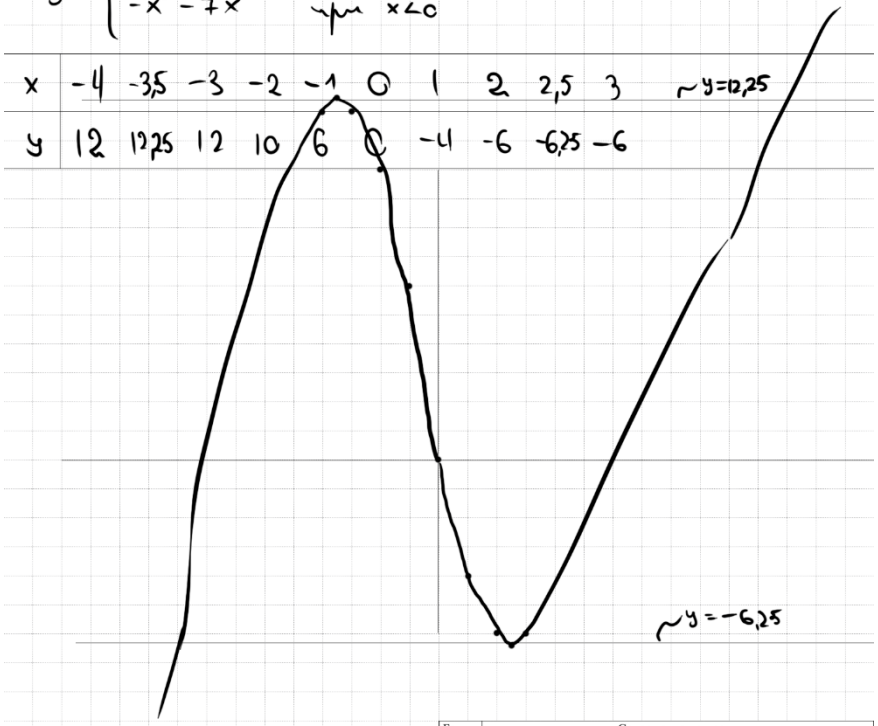
0D3070

① При $x \geq 0$: $y = x\cdot(x+1) - 6x$, $y = x^2 - 5x$, $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2\cdot 1} = \frac{5}{2}$

② При $x < 0$: $y = -x\cdot(x+1) - 6x$, $y = -x^2 - 7x$, $x_0 = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$

$y = \begin{cases} x^2 - 5x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x, & \text{при } x < 0 \end{cases}$

x	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5	3
y	12	12,25	12	10	6	0	-4	-6	-6,25	-6



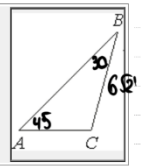
Ответ: $-6,25$; $12,25$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №3

23

В треугольнике ABC угол A равен 45°, угол B равен 30°, $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC.

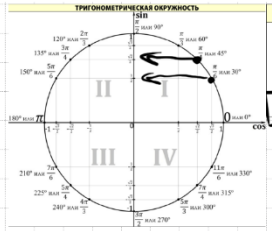


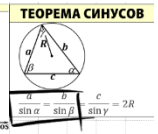
259003

$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$

$\frac{6\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}}$

$AC = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot 1 = 3 \cdot 2 = 6$





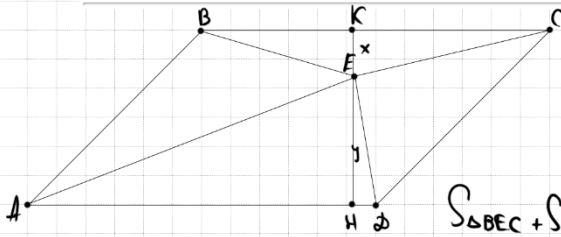
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 6

24

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

BD4A4E



$S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot x$

$S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot y = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot y$

$S_{APCD} = BC \cdot (x+y)$

$S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} BC \cdot x + \frac{1}{2} BC \cdot y = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (x+y)$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25

Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

62EB73

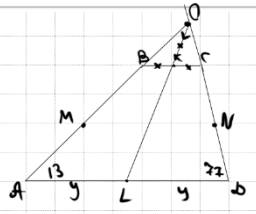
① $\angle AOD = 90^\circ$

② $\triangle OBC$: OK – медиана

$\triangle AOD$: OL – медиана

$\Rightarrow OK = BK = CK = x$

$OL = AL = DL = y$



③ $MN = \frac{2x+2y}{2} = x+y = y+x$

$KL = y - x$

④ $\begin{cases} y + x = 11 \\ y - x = 10 \end{cases}$

$2y = 21$

$y = 10{,}5 \Rightarrow AD = 21$

$x = 0{,}5 \Rightarrow BC = 1$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Ответ: 21 и 1