@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 549

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 Бланк 10 −0,8

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

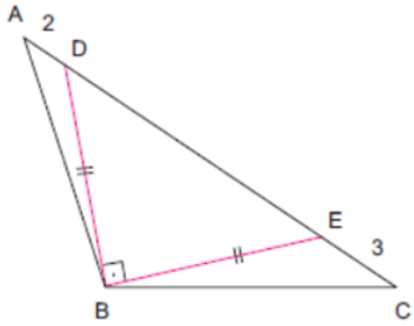
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол ABC равен 135^0. На стороне AC отмечены точки D и E так, что AD=2, CE=3, угол DBE – прямой, AD+DE=AE, BD=BE. Найдите квадрат длины отрезка DE.

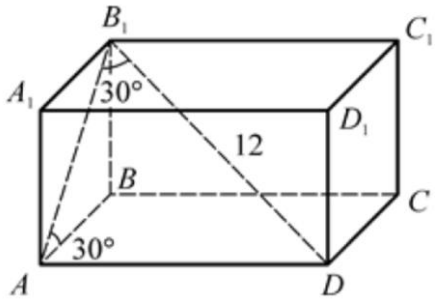


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{v}=3\vec{a}-\vec{b}$. Известно, что $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30^0. Найдите скалярное произведение $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

Ответ: _____.

3. Найдите объем V прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $\angle AB_1D = \angle B_1AB = 30^0$, $B_1D = 12$. В ответе укажите $\frac{V}{\sqrt{3}}$.



Ответ: _____.

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

4. В трех одинаковых коробках лежат теннисные мячи. В первой — 4 новых и 2 сыгранных, во второй — 3 новых и 3 сыгранных, в третьей — 6 сыгранных. Теннисист наугад выбирает одну из коробок и достает из нее один мяч, который оказывается сыгранным. Найдите вероятность того, что мяч был извлечен из первой коробки. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Два числа x и y выбираются наудачу и независимо друг от друга из отрезка $[0;2]$. Найдите вероятность того, что расстояние между этими числами не превосходит 1, если известно, что их сумма не меньше 1. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6. Известно, что случайная величина X подчиняется распределению

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}15 & 0{,}05 \end{pmatrix}$$

Найдите вероятность события $0 < X \le 4$.

Ответ: _____.

7. Найдите корень уравнения $\sqrt{x^3 - 3x^2 - 3x + 10} = x - 2$. Если корней несколько, в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения: $\log_2\left(\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\sin\frac{5\pi}{12}\right)$.

Ответ: _____.

9. Тело движется прямолинейно, его скорость меняется по закону $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$ (м/с). Найдите путь, пройденный телом за первые 3 секунды.

Ответ: _____.

10. При спуске беспилотного корабля в разреженной атмосфере планеты его скорость v (в м/с) падает по экспоненциальному закону, который зависит от высоты над поверхностью h (в км):

$$v(h) = v_{BX} \cdot 3^{-\frac{h_0 - h}{L}} + v_{OCT}$$

где $v_{BX} = 900$ м/с — начальная скорость при входе в плотные слои, $v_{OCT} = 12$ м/с — остаточная скорость у поверхности за счет парашютов, $h_0 = 45$ км— высота начала торможения, а $L = 15$ км — масштаб высоты атмосферы. Компьютер должен включить тормозные маневровые двигатели в тот момент, когда скорость спускаемого аппарата упадет до 112 м/с. На какой высоте h (в километрах) автоматика выдаст команду на включение двигателей?

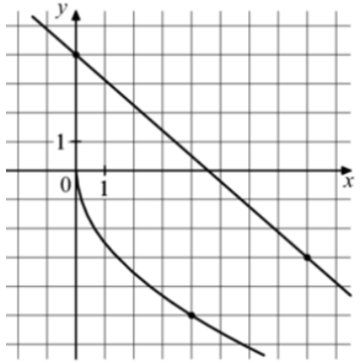
Ответ: _____.

11. Для съемок атмосферного французского кино требуется вручную выкрасить в сложный градиент фасад декорации парижского кафе. Два маляра, работая вместе, могут справиться с этой задачей ровно за 6 часов. Однако по задумке режиссера красить нужно строго последовательно. Сначала первый маляр загрунтовал и покрасил 40% площади фасада, после чего его сменил второй и доделал оставшиеся 60%. В итоге вся работа заняла 13 часов.

За какое время (в часах) смог бы выкрасить весь фасад первый маляр, работая в одиночку, если известно, что он более опытный и работает быстрее своего напарника?

Ответ: _____.

12. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите ординату точки A.



Ответ: _____.

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

13. В июле 2028 года берется кредит на 3 года в размере 1 млн рублей. Долг возрастает на 10% каждый январь. С февраля по июнь вносится платеж. Платежи в 2029 и 2031 годах равны. Платеж в 2030 году на 114 тыс. рублей меньше платежа 2029 года. К июлю 2031 года долг выплачен полностью. Найдите общую сумму выплат в тыс руб.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. А) Решите уравнение

$$\frac{\sin^4\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin^4(\pi-x)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\sin(\pi+x)}{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}=0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi;0]$.

15. В основании призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равносторонний треугольник ABC, вершина A_1 проецируется в центр основания ABC, ребро AA_1 наклонено к плоскости ABC под углом 60^0. Через точку C проведена плоскость перпендикулярно ребру AA_1, пересекающая его в точке P.
А) Докажите, что $AP : PA_1 = 3 : 5$.
Б) Найдите расстояние между прямыми PD и BT, где точки D и T – середины ребер BC и AC соответственно, если сторона основания призмы равна $2\sqrt{3}$.

16. Решите неравенство: $\dfrac{\log_{x^2-x+1}\left(2x^2-3x+2\right)}{4^x-3\cdot 2^x-4}\le 0$.

17. При тестировании кастомной системы жидкостного охлаждения для криптофермы амплитуда вибрации помпы A (в мкм) при угловой скорости вращения ротора ω (в рад/с) описывается формулой, аналогичной модели вынужденных колебаний платформы вибростенда:

$$A(\omega)=\frac{12000}{\sqrt{\left(\omega^2-34\right)^2+36\omega^2}}$$

где $\omega>0$. При какой угловой скорости ω амплитуда вибрации помпы будет максимальной? Найдите эту максимальную амплитуду.

18. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1, пересекающиеся в точке H. Точка M — середина стороны BC. Окружность, описанная около треугольника AB_1C_1, пересекает медиану AM в точке N, отличной от точки A.
А) Докажите, что точки B, C, N и H лежат на одной окружности.
Б) Найдите HN, если стороны треугольника равны: AB = 5, BC = 6, AC = 7.

19. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a^2-2a(\sin x+\cos x)+\sin 2x}{\sqrt{2\sin x-1}}=0$$

Имеет ровно два различных корня на отрезке $[0;2\pi]$.

20. На доске написаны N попарно различных двузначных натуральных чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 51. Если стереть все числа, оканчивающиеся на 0 (известно, что на доске было хотя бы одно такое число), то среднее арифметическое оставшихся чисел станет равно 53.
а) Могло ли быть стерто ровно 2 числа?
б) Могло ли на доске изначально быть ровно 25 чисел?
в) Какое наибольшее значение может принимать N ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

alexlarin.net 2026 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях