@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 545

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 Бланк 10 −0,8

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

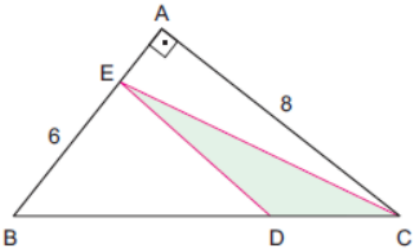
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A и катетом AC=8 на катете AB отмечена точка E, а на гипотенузе BC – точка D так, что BE=6, BD=2DC. Найдите площадь треугольника EDC.

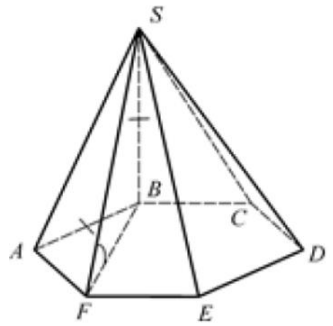


Ответ: _____.

2. В плоскости заданы два вектора: $\vec{a}(3;1)$ и $\vec{b}(1;3)$. Известно, что векторы $\vec{u} = k\cdot\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{v} = \vec{a} - k\cdot\vec{b}$ перпендикулярны. Найдите квадрат модуля вектора $\vec{u}$ при положительном значении k.

Ответ: _____.

3. В основании пирамиды SABCDEF с высотой SB лежит правильный шестиугольник ABCDEF, BS=AB. Найдите угол SFB.



Ответ: _____.

4. В кармане у Пети лежит 10 монет: 6 монет по 10 рублей и 4 монеты по 5 рублей. Петя, не глядя, перекладывает 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что сумма монет в другом кармане окажется меньше 25 рублей. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

5. Редакция крупного научного журнала использует автоматический фильтр, чтобы выявлять статьи, сгенерированные нейросетью. Известно, что 30% всех присылаемых авторами статей пишутся с помощью ИИ. Если статья действительно написана человеком, фильтр ошибочно помечает её как «сгенерированную ИИ» с вероятностью 0,1. Если статья сгенерирована нейросетью, фильтр успешно распознает её и отправляет в бан с вероятностью 0,8. Инженер загрузил в систему одну из присланных статей, и фильтр выдал вердикт: «Статья сгенерирована ИИ». Найдите вероятность того, что эту статью на самом деле написал человек. Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Стрелок стреляет по мишени 5 раз. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Найдите математическое ожидание случайной величины X — числа попаданий, при условии, что последний выстрел был точным (это условие уже выполнено).

Ответ: _____.

7. Решите уравнение $4\log_{25}(5x) = 5 - \log_5^2 x$. Если корней несколько, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения: $\dfrac{2\log_2 5 \cdot \log_5 8 - 3^{\log_9 16}}{\log_7 14 - \frac{1}{2}\log_7 28}$.

Ответ: _____.

9. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента имеет вид:

$$T(t) = T_0 + at + bt^2 + \frac{c}{\pi}\sin(\pi t)$$

где a, b и c - константы, t - время в минутах. Известно, что при $t = 1$ производная равна нулю, а температура равна $400\ K$, при $t = 3$ производная равна нулю, а $T(0) = 300\ K$. Найдите c.

Ответ: _____.

10. В секретной подземной лаборатории тестируют квантовый ускоритель частиц. Давление газа (в паскалях) внутри камеры охлаждения во время разгона зависит от времени работы по зубодробительному закону:

$$p(t) = p_0 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^{\log_{t^2+3}\left(12t^2+36\right)\log_{12}\left(t^2+3\right)}$$

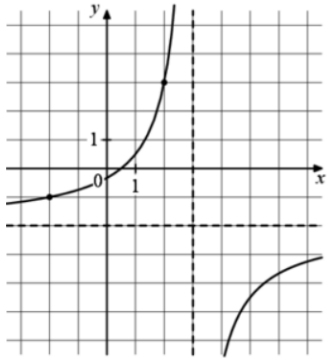
где $p_0 = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па — начальное давление, t — время работы установки в минутах. Эксперимент необходимо прекратить, когда давление внутри камеры вырастет до критической отметки $4{,}5 \cdot 10^5$ Па, иначе произойдет микровзрыв. Определите максимальное время (в минутах) после начала эксперимента, когда его еще можно безопасно остановить.

Ответ: _____.

11. Два профессиональных пилота, Алекс и Никита, тестируют гоночные катера на реке. Изначально скорость течения реки равна 3 км/ч. Трасса проложена по прямой от пирса А до пирса В, расстояние между которыми составляет 60 км. Алекс стартует из пункта А по течению, доходит до В, мгновенно разворачивается и идет обратно к А. Никита стартует из пункта А по течению на 1 позже Алекса. В тот самый момент, когда Алекс достигает пирса В, погода резко портится, и скорость течения реки во всем русле мгновенно увеличивается до 5 км/ч. Дойдя до пирса В, Никита обнаруживает проблему с мотором. Он теряет ровно 10/11 часа на пирсе В на экстренный ремонт, а его собственная скорость на обратном пути (против нового течения) из-за этой поломки снижается на 7 км/ч. На своем обратном пути Алекс встречает Никиту (который к тому моменту еще только идет вперед к пирсу В в точке, находящейся на расстоянии 40 км от стартового пирса А. Никита, несмотря на все беды, завершает квест и возвращается к пирсу А ровно на 12 часов позже, чем туда вернулся Алекс. Найдите исходную собственную скорость катера Никиты (до поломки) в км/ч.

Ответ: _____.

12. На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{kx+a}{x+b}$. Решите уравнение $f(x) = 8$.



Ответ: _____.

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

13. В июле 2027 года планируется взять кредит на 5 лет в размере 1 млн рублей. Условия:
— каждый год, начиная с 2028 года, в январе долг увеличивается на 10% по сравнению с предыдущим годом;
— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
— в июле долг должен быть на 200 тысяч рублей меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько процентов общая сумма выплат в 2029 и 2030 годах больше общей суммы выплат в 2028 и 2031 годах ?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. А) Решите уравнение $\sin 3x - 2\sin 18x \cdot \sin x = 3\sqrt{2} - \cos 3x + 2\cos x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$

15. В основании пирамиды SABC лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами AB = AC = 4, SA = 3 – высота пирамиды, SB = 5, BC= $2\sqrt{5}$. Через вершину A проведена плоскость α, перпендикулярная ребру SC.
А) Докажите, что плоскость α делит объем пирамиды SABC в отношении 27 : 98.
Б) Найдите площадь сечения пирамиды SABC плоскостью α.

16. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{8+2x-x^2}-x-2}{\log_3(x+4)-1} \geq 0$

17. Скорость прохождения скальной породы v (в метрах в час) напрямую зависит от пиковой температуры плазменного факела T (в кельвинах):

$$v(T) = v_0\sqrt{\left(\frac{T}{1000}\right)^3 - 3\left(\frac{T}{1000}\right) + 4}$$

где $v_0 = 2$ м/ч — базовый коэффициент установки. В свою очередь, температура факела регулируется углом наклона магнитных линз α (в радианах, $\alpha \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$) по формуле циклического теплообмена:

$$T(\alpha) = 1000 \cdot \left(1 + \frac{3}{6 - 2\cos(4\alpha)}\right)$$

Инженерам необходимо выставить такой угол наклона линз α, при котором скорость бурения v будет минимальной (чтобы безопасно пройти слой нестабильного гранита), но при этом плазма не должна гаснуть (для этого температура T должна строго превышать 1000 К). Найдите этот угол α. Ответ дайте в градусах.

18. Окружность с центром в точке O на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC касается катета AB в точке M, а катета BC – в точке K и пересекает отрезок AO в точке N. Известно, что AN : MN = 6 : 1.
А) Докажите, что KC : OC = 1 : 9
Б) Найдите AC, если $AM = \frac{20}{9}$.

19. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(25^x - (a+3)\cdot 5^x + 3a\right)\cdot\sqrt{2\cos x - 1} = 0$$

имеет ровно четыре различных корня на отрезке $[-\pi;\pi]$.

alexlarin.net 2026 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

20. Популярный стример Макс проводит праздничный марафон. На стрим зашли несколько зрителей. Среди них есть обычные зрители (каждый задонатил целое число рублей от 100 до 400 включительно) и VIP-зрители (каждый задонатил целое число рублей от 500 до 700 включительно). Изначально средний размер доната среди всех зрителей составил ровно 400 рублей. Затем Макс объявил розыгрыш, и часть зрителей ушла со стрима. При этом средний донат среди оставшихся зрителей вырос и составил ровно 500 рублей, а средний донат среди ушедших зрителей составил ровно 250 рублей.

А) Могло ли изначально на стриме быть 15 зрителей, если среди них было ровно 10 VIP-зрителей?

Б) Могло ли получиться так, что после розыгрыша на стриме осталось ровно 4 зрителя?

В) Какое наибольшее количество зрителей могло изначально быть на стриме, если известно, что среди оставшихся участников был ровно один VIP-зритель?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

alexlarin.net

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях